

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

KSCP Examination  
Academic Session 2007/2008

June 2008

**ZCT 210/4 – Complex Analysis and Differential Equations**  
***[Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan]***

Duration: 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please ensure that this examination paper contains **FIVE** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instruction:** Answer **ALL SIX (6)** questions. Students are allowed to answer all questions in Bahasa Malaysia or in English.

**Arahan:** Jawab **SEMUA ENAM (6)** yang diberikan. Pelajar dibenarkan menjawab semua soalan sama ada dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.]

1. Given a nonlinear first order differential equation:  
*[Diberi satu persamaan pembezaan peringkat pertama yang tak linear]*

$$(y')^2 - 3xy' + 3y = 0 \quad (A)$$

- (a) (i) Find the general solution of equation (A).  
*[Cari penyelesaian am bagi persamaan (A)]* (40/100)
- (ii) If  $y(1) = 2$ ,  $y(4) = 4$ , find a particular solution for equation (A)  
*[Jika  $y(1) = 2$ ,  $y(4) = 4$ , cari satu penyelesaian khusus bagi persamaan (A)]* (10/100)

(b) Given a Bernoulli equation  $y' = y - y^2$  (B)  
*[Diberi satu persamaan Bernoulli]*

- (i) Find the general solution of equation (B).  
*[Cari penyelesaian am bagi persamaan (B)]* (40/100)
- (ii) If  $y(0) = 2$ , find a particular solution for equation (B)  
*[Jika  $y(0) = 2$ , cari satu penyelesaian khusus bagi persamaan (B)]* (10/100)

2. Solve the given non-homogeneous differential equation  
*[Selesaikan persamaan pembezaan tak homogen yang diberi]*

(a)  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \cos x$  (50/100)

(b)  $y'' - 2y' + 2y = 3e^x \cos x$  (50/100)

3. Solve the given differential equation by Frobenius method.

*[Selesaikan persamaan pembezaan yang diberi dengan kaedah Frobenius]*

$$xy'' + 2y' - xy = 0$$

(100/100)

4. Given a complex number  $P = -3 - 4i$ .

*[Diberi satu nombor kompleks  $P = -3 - 4i$ ]*

- (a) Sketch  $P$  in the complex plane.  
*[Lakarkan  $P$  di dalam satah kompleks]*

(5/100)

- (b) Change  $P$  into  $P = re^{i\theta}$ .  
*[Tukarkan  $P$  kepada iaitu  $P = re^{i\theta}$ ]*

(10/100)

- (c) Find all the distinct roots of  $P^{2/3}$ .  
*[Cari kesemua punca yang berlainan bagi  $P^{2/3}$ ]*

(40/100)

- (d) Evaluate  $\ln(P)$  (show the derivation, then write down the first two possible values in the form of  $\alpha + i\beta$ ).  
*[Nilaikan  $\ln(P)$  (tunjukkan terbitan, kemudian tuliskan dua nilai pertama yang mungkin dalam bentuk  $\alpha + i\beta$ )]*

(25/100)

- (e) Evaluate  $i^P$  (show the derivation, then write down the first two possible values in the form of  $\alpha + i\beta$ ).  
*[Nilaikan  $i^P$  (tunjukkan terbitan, kemudian tuliskan dua nilai pertama yang mungkin dalam bentuk  $\alpha + i\beta$ )]*

(20/100)

5. (a) Given  $f(z) = z^2 + 3$   
 [Diberi  $f(z) = z^2 + 3$ ]

- (i) Evaluate  $\int_0^{1+i} f(z) dz$  along the contour  $C_1$  (Figure 1).  
 [Nilaiikan  $\int_0^{1+i} f(z) dz$  mengikut lintasan  $C_1$  (Rajah 1)]

(40/100)

- (ii) Evaluate  $\int_0^{1+i} f(z) dz$  along the contour  $C_2$  (Figure 1).  
 [Nilaiikan  $\int_0^{1+i} f(z) dz$  mengikut lintasan  $C_2$  (Rajah 1)]

(30/100)

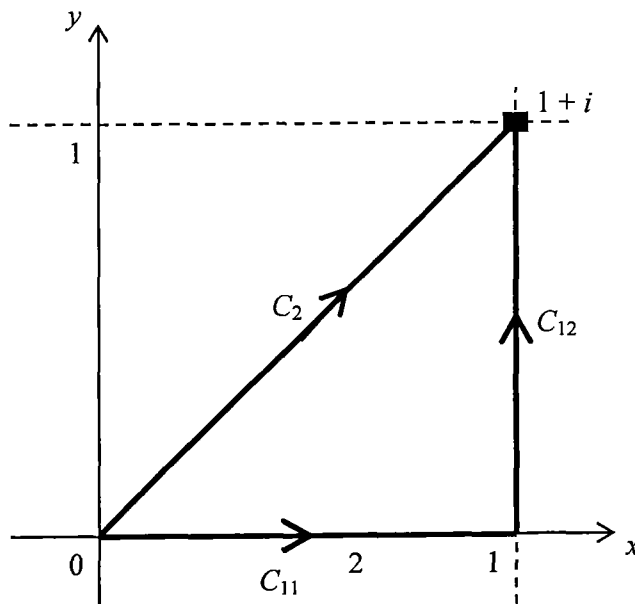


Figure 1 [Rajah 1]

**Notes:** (i) Contour  $C_1$  consists of two parts:  $C_{11}$ , a straight line from  $(0, 0)$  to  $(1, 0)$ , and  $C_{12}$ , a straight line from  $(1, 0)$  to  $(1, 1)$ .

(ii) Contour  $C_2$  traverses along a straight line from  $(0, 0)$  to  $(1, 1)$ .

**[Nota:** (i) *Lintasan  $C_1$  terdiri daripada dua bahagian:  $C_{11}$ , satu garis lurus dari  $(0, 0)$  ke  $(1, 0)$ , dan  $C_{12}$ , satu garis lurus dari  $(1, 0)$  ke  $(1, 1)$ ].*

(ii) *Lintasan  $C_2$  merentasi satu garis lurus dari  $(0, 0)$  ke  $(1, 1)$ ]*

(b) Evaluate  $\oint_C \frac{e^{3z}}{8(z-1)^3} dz$ , where  $C$  is a counterclockwise circle in the complex plane, i.e.  $C: |z| = 2$ .

*[Nilaikan  $\oint_C \frac{e^{3z}}{8(z-1)^3} dz$ , di mana  $C$  ialah satu bulatan anti-jam di dalam satah kompleks, iaitu  $C: |z| = 2$ ]*

(30/100)

6. By using Residue Theorem, evaluate  
[Dengan menggunakan Teorem Reja, nilaikan]

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta}{6 + \cos \theta} d\theta$$

(100/100)